

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół średnich)
Zadania I etapu na rok szkolny 2019/20

Zadanie 1. Dwie liczby pierwsze

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p takie, że liczby $p^2 + 4$ i $p^2 + 6$ są pierwsze.

Zadanie 2. Równanie z pierwiastkami

Rozwiąż równanie: $\sqrt{x - y - z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} - \sqrt{z}$.

Zadanie 3. Iloczyn silni

Czy spośród liczb $1!, 2!, 3!, \dots, 2020!$ można wykreślić jedną liczbę tak, aby iloczyn pozostałych liczb był sześcianem liczby naturalnej? Liczba $n!$ (silnia) oznacza iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do n tzn. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Zadanie 4. Cztery działania

Dodając sumę, różnicę, iloczyn i iloraz dwóch liczb całkowitych otrzymamy liczbę 2020. Jakie to liczby?

Zadanie 5. Liczby sześciocyfrowe

Ile jest liczb sześciocyfrowych, w których każda cyfra występuje dokładnie tyle razy, ile wynosi jej wartość? (tzn. cyfra 1 nie występuje lub występuje dokładnie raz, cyfra 2 nie występuje lub występuje dokładnie dwa razy itd.)

Zadanie 6. Najmniejsza wartość

Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia $x^4 - x^2 - 2x$, gdzie $x \in R$.

Zadanie 7. Suma cyfr

Niech $S(x)$ oznacza sumę cyfr liczby naturalnej x . Czy istnieje liczba naturalna x spełniająca równanie $x + S(x) + S(S(x)) = 2020$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 8. Czworokąt i pola

Przekątne AC i BD czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie O . Niech P_{ABCD} , P_{ABO} , P_{CDO} oznaczają pole czworokąta i pola odpowiednich trójkątów. Udowodnij, że:

$$\sqrt{P_{ABCD}} \geq \sqrt{P_{ABO}} + \sqrt{P_{CDO}}.$$

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół średnich)
Zadania I etapu na rok szkolny 2019/20

Zadanie 9. Pięciokąt i obwód

W pięciokącie wypukłym $ABCDE$ kąty przy wierzchołkach B i D są proste. Wykaż, że obwód trójkąta ACE jest nie mniejszy od podwojonej długości odcinka BD .

Zadanie 10. Cztery liczby pierwsze

Liczba sześciocyfrowa jest podzielna przez którąś z liczb: 7, 11, 13, 37. Udowodnij, że jeśli pierwszą cyfrę tej liczby przestawimy na jej koniec, to otrzymana liczba także będzie podzielna przez którąś z liczb: 7, 11, 13, 37.

Zadanie 11. Kwadraty liczb

Wyznacz cyfrę, która stoi na 2020 miejscu liczby 14916253649... powstającej przez dopisanie kwadratów kolejnych liczb naturalnych.

Zadanie 12. Powitania

Nauczyciel zauważył, że przed rozpoczęciem lekcji, każdy z uczniów podał dłoń 8 chłopcom i 6 dziewczynom (nie wszyscy musieli się ze wszystkimi witać). Nauczyciel zauważył także, że liczba powitań chłopców z dziewczynami była o 5 mniejsza od pozostałych powitań. Ilu uczniów liczy ta klasa?

Rozwiązania zadań sprawdzają nauczycieli matematyki oceniając każde w skali od 0 do 5 punktów. Wyniki prac należy przesałać do dnia 12 marca 2020 na adres:

X Liceum Ogólnokształcące im. prof. Stefana Banacha
87-100 Toruń, plac św. Katarzyny 9
tel. (0-56) 622-27-33

lub na:

e-mail: tmaslow@onet.eu

Zgłoszenie powinno zawierać imię i nazwisko ucznia, klasę i typ szkoły, punktację za każde zadanie oraz imię i nazwisko nauczyciela. Z każdej szkoły, której uczniowie przyślą rozwiązania zadań, automatycznie do finału zapraszamy trzech najlepszych uczniów pod warunkiem, że uzyskali oni, co najmniej połowę punktów możliwych do zdobycia. Pozostałymi finalistami zostają uczniowie, którzy zdobyli największą liczbę punktów w grupie wszystkich, którzy przysłaali rozwiązania. Uczniowie klas I po szkole podstawowej w wypadku zbliżonej liczby punktów z innymi uczniami będą preferowani.

Finał wojewódzki dla około 100 autorów najlepszych prac odbędzie się 3 i 4 kwietnia 2020 roku w X LO w Toruniu. W trakcie tych dni odbędą się zawody indywidualne (w piątek) i zespołowe (w sobotę). W zawodach zespołowych uczestniczą szkoły, które mogą wystawić (spośród zakwalifikowanych do drugiego etapu) 3-osobową drużynę. Każda szkoła może być reprezentowana, przez co najwyżej trzy drużyny oraz co najwyżej dziesięciu uczniów.