

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
Zawody drużynowe
TORUŃ, 30 marca 2019 roku

Czas rozwiązywania: 120 minut

Zadanie 1. Sześćdziesiąt liczby 2019

Wyznacz liczbę wszystkich par liczb całkowitych dodatnich będących rozwiązaniem równania $x^2 - y^2 = 2019^3$.

Zadanie 2. Trójkąty i kwadraty

Stefan z 9 kwadratów o boku 1 cm i 19 trójkątów równobocznych o boku 1 cm ułożył wielokąt. Czy obwód tego wielokąta może być równy 15 cm, jeśli figur nie można nakładać na siebie? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. Suma sum

Oblicz

$$\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \frac{7+8}{9} + \dots + \frac{2017+2018}{2019}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{673}\right)$$

Zadanie 4. Układ równań

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} ab + a + b = 1 \\ bc + b + c = 5 \\ ca + c + a = 5 \end{cases}$$

Zadanie 5. Trójkąt

Dany jest trójkąt ABC , w którym $\angle ACB = 60^\circ$. Na bokach BC i AC leżą odpowiednio punkty D i E . Ponadto $|BD| = |DE| = |EA|$. Udowodnij, że $\angle ABE = 30^\circ$.